MECÂNICA DE SISTEMAS INTELIGENTES (2005)

Prof. Marcelo Amorim Savi

1 - Mostre que:

a) $\delta_{ij}\delta_{ij} = 3$

b) $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{imn} = \delta_{jm}\delta_{kn} - \delta_{jn}\delta_{km}$

c) $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{ijk} = 6$

d) $\varepsilon_{iks}\varepsilon_{mks} = 2\delta_{im}$

e) $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{lmn}\delta_{il}\delta_{jm}\delta_{kn} = 6$

2 - Mostre que as seguintes expressões são válidas:

a) $div(\mathbf{A}\times\mathbf{B}) = \mathbf{B}\cdot\nabla\times\mathbf{A} - \mathbf{A}\cdot\nabla\times\mathbf{B}$

b) $div(\nabla\times\mathbf{A}) = 0$

c) $\mathbf{S}:\mathbf{A} = 0$ onde $\mathbf{S} = \mathbf{S}^{\mathrm{T}}$ e $\mathbf{A} = -\mathbf{A}^{\mathrm{T}}$

3 - Mostre que três vetores **A, B, C** são linearmente dependentes se $\mathbf{A}\cdot\mathbf{B}\times\mathbf{C} = 0$.

4 - Mostre que as seguintes grandezas são invariantes sob uma transformação de coordenadas.

a) A_{ii}

b) $\varepsilon_{ijk}\varepsilon_{kjp}A_{ip}$

5 - Considere o seguinte campo de deslocamentos de um corpo contínuo:

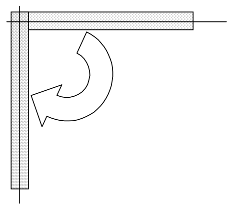
$$\begin{cases} x_1 = (2aX_1 + b)^{1/2} \\ x_2 = cX_2 + aX_1 \\ x_3 = dX_3 \end{cases}$$

a) Determine os vetores **C** e **c**

b) Determine os tensores de deformação de Green e de Cauchy.

c) Determine os tensores de deformação de Lagrange e de Euler.

6 - Considere um corpo plano. Determine os deslocamentos e as deformações após uma rotação de 90 graus. Considere os tensores de deformações infinitesimais e compare com os tensores de Green / Cauchy e de Lagrange / Euler .



7 - Discuta qual a forma geométrica resultante dos seguintes campos de deslocamentos.

a) $C_{ij} = c_{ij} = \delta_{ij}$

b) $E_{ij} = e_{ij} = 0$

c) $F_{ij} = \lambda\delta_{ij}$

d) $\begin{cases} x_1 = X_1 + kX_2 \\ x_2 = X_2 \\ x_3 = X_3 \end{cases}$

8 - O estado de tensão em um ponto *P* de um sólido é determinado pelo tensor das tensões $\boldsymbol{\sigma}$.

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} 7 & 0 & -2 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

Pede-se:

a) Determinar o vetor tensão na face $\mathbf{n} = 2/3\ \mathbf{e_1} - 2/3\ \mathbf{e_2} + 1/3\ \mathbf{e_3}$. Decomponha este vetor em suas componentes normal e cisalhante.

b) Avaliar as tensões principais.

c) Avaliar as máximas tensões cisalhantes.

9 - Mostre que o tensor de tensão de Cauchy é simétrico. A partir dessa consideração, discute a simetria do primeiro e segundo tensores de Piola-Kirchhoff.

10 - As tensões de Cauchy em um ponto valem,

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{33} \end{bmatrix}$$

sendo resultantes do seguinte movimento,

$$\begin{cases} x_1 = X_1 + bX_2 \\ x_2 = X_2 \\ x_3 = X_3 \end{cases}$$

obtenha as componentes do primeiro e do segundo tensor de Piola-Kirchhoff.