

ANALISIS ANISOTERMICO DE BARRAS CON MEMORIA DE FORMA

ANISOTHERMAL ANALYSIS OF SHAPE MEMORY ALLOY BARS

Pedro Manuel C.L. Pacheco

Departamento de Ingeniería Mecánica
CEFET/RJ

Av. Maracanã, 229 - 20.271.110 - Rio de Janeiro - RJ, Brasil

Marcelo A. Savi

Departamento de Ingeniería Mecánica e de Materiales
Instituto Militar de Engenharia

Praça General Tiburcio, 80 - 22.290.270 - Rio de Janeiro - RJ, Brasil

RESUMEN

Esta contribución reporta sobre la modelación y simulación de la respuesta anisotérmica de las barras con memoria de forma. Una teoría constitutiva de variables internas, formulada dentro del marco de la mecánica del continuo y de la termodinámica de procesos irreversibles, es propuesta para el estudio del acoplamiento termomecánico en aleaciones con memoria de forma. Es desarrollado un procedimiento numérico fundamentado sobre la técnica de la partición del operador. Simulaciones numéricas de una barra sometida a cargas termomecánicas indican que el acoplamiento termomecánico es una importante característica en la modelación de aleaciones con memoria de forma. Los resultados muestran que la distribución de temperatura no homogénea pueden causar transformaciones de fase no homogéneas las cuales pueden producir deformaciones espúreas. Por lo tanto, respuestas no realistas pueden ser pronosticadas si este efecto no es considerado.

Palabras claves: memoria de forma, acoplamiento termomecánico, variables internas, modelación, transformación de fase.

SUMMARY

This contribution reports on the modeling and simulation of the anisothermal response of shape memory alloy bars. An internal variables constitutive theory, formulated within the framework of continuum mechanics and thermodynamics of irreversible processes, is proposed to study the thermomechanical coupling in shape memory alloys. A numerical procedure based on the operator split technique is developed. Numerical simulations of a bar submitted to thermomechanical loadings indicate that thermomechanical coupling is an important feature on the modeling of shape memory alloys. The results show that non-homogeneous temperature distribution may cause non-homogeneous phase transformation which can produce spurious strains. Hence, unrealistic responses can be predicted if this effect is not considered.

Key-words: Shape-memory, thermomechanical coupling, internal variables, modeling, phase transformation.

INTRODUCCION

Las aleaciones con efecto de memoria de forma (SMAs) son una familia de metales con habilidad de cambiar de forma dependiendo de su temperatura. Las SMAs sufren transformaciones de fase termoelásticas, las cuales pueden ser inducidas ya sea por temperatura o por esfuerzo. Memoria de forma y pseudoelasticidad son efectos asociados con esas transformaciones (Savi y Braga, 1993).

Cuando una muestra de SMA es forzada a una temperatura constante, se observa deformación inelástica por encima de un esfuerzo crítico. Sin embargo, este proceso inelástico se recupera completamente durante la liberación de esfuerzo subsecuente. La curva esfuerzo-deformación, la cual es la manifestación macroscópica del mecanismo de deformación de la martensita, forma un lazo de histéresis. A una temperatura inferior, alguna cantidad de deformación permanece después completar la liberación del esfuerzo. Esta deformación residual puede ser recuperada por calentamiento de la muestra. El primer caso, es el efecto de pseudoelasticidad, mientras que el último es el efecto de memoria de forma (SME), o SME de un camino (Tanaka, 1990; Borden, 1991). Estos efectos están interrelacionados en el sentido que, si el ciclo de histéresis en el caso de pseudoelasticidad no es completado cuando el esfuerzo aplicado es removido, entonces la regresión de la martensita residual debe ser inducida por calentamiento, por medio del empleo del SME (Sun y Huang, 1993). En el proceso de retorno a su forma original, las aleaciones pueden generar una gran fuerza la cual puede ser útil como actuador (Rogers, 1995).

La Figura 1 muestra el SME de un camino. Un cuerpo en fase austenítica (1) es enfriado y la martensita vinculada permanece estable (2). Entonces un campo de esfuerzo es aplicado y el cuerpo experimenta una deformación causando la aparición de otra variante martensítica (3). En ese instante, por incremento de la temperatura del cuerpo, tiene lugar una transformación de fase de martensita a austenita (3)-(4) la cual causa la eliminación del deformación residual.

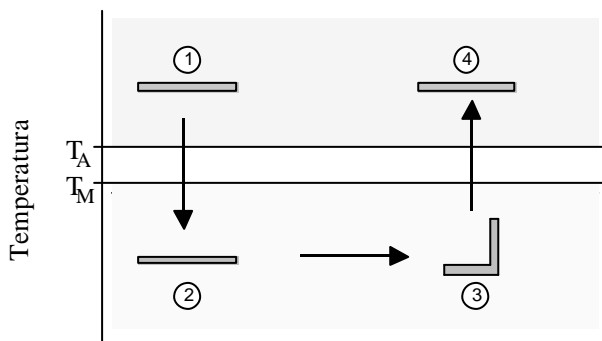


Fig. 1: Efecto de memoria de forma.

Una muestra de SMA puede ser sujeta a una rutina de entrenamiento, tal como una serie de ciclos de SME o una serie de ciclos de martensita por esfuerzo inducido. En esta situación, es posible obtener cambios de forma en ambas direcciones como una función de la temperatura (calentamiento y enfriamiento), como efecto de recordar ambas formas, la de baja ó la de alta temperatura. Este es el efecto de SME de dos caminos (Zhang *et al.*, 1991; Perkins, 1984).

Las aleaciones Ni-Ti, Cu-Zn, Cu-Zn-Al, Mg-Cu, Fe-Mn-Si, y Cr-Ni son algunas SMAs. Las propiedades de SMAs son muy sensibles a las variables de composición y proceso. Ni-Ti (Nitinol) es la SMA más popular como una consecuencia de una combinación de respuesta al SME con buenas propiedades de ingeniería. Esfuerzos que causen elongación superior al 8% pueden ser revertidos por calentamiento de la aleación, típicamente con corriente eléctrica (Tuominen y Biermann, 1988).

Aspectos microestructurales de las SMAs han mostrado que estas aleaciones pueden presentar dos posibles fases: Austenita y Martensita. En fase martensítica existen placas las cuales pueden estar internamente vinculadas. Por lo tanto, orientaciones de deformación diferentes de placas cristalográficas constituyen lo que es conocido como variantes martensíticas (Zhang *et al.*, 1991).

Por causa de tales propiedades sobresalientes, las SMAs han encontrado un gran número de aplicaciones en ingeniería. SMAs son idealmente apropiadas para usos tales como mecanismos de cierre, conectores y abrazaderas (Borden, 1991). Mecanismos de cierre auto-actuantes, interruptores accionados térmicamente, y un gran número de dispositivos de bioingeniería son algunos ejemplos de estas aplicaciones (Schetky, 1979). El uso de SMAs puede ayudar a resolver un importante problema concerniente a la conservación de espacio en el aeroespacio: estructuras auto-erigibles, mecanismos estabilizadores, baterías solares y dispositivos liberadores no explosivos son algunas posibilidades (Pacheco y Savi, 1997; Chernyavsky *et al.*, 1993; Busch *et al.*, 1992; Shetky, 1979). Micromanipuladores y actuadores robóticos están usando SMAs para simular los movimientos suaves de los músculos humanos (Rogers, 1995). También, SMAs están siendo usadas como actuadores para control de vibración de estructuras flexibles. Cables fabricados de SMAs incrustados en materiales compuestos han sido usados para modificar características vibracionales (Rogers, 1995; Rogers *et al.*, 1991). La principal desventaja de las SMAs es su baja velocidad de cambio.

A propósito, es importante establecer los modelos constitutivos que sean capaces de describir las principales características del comportamiento constitutivo termomecánico de las SMAs y conocer los requerimientos prácticos de ingeniería (Sun y Hwang, 1993). Los efectos de memoria de forma y pseudoelasticidad pueden ser modelados ya sea desde el punto de vista microscópico o macroscópico. Los aspectos fenomenológicos del comportamiento de las SMAs son conside-

rados mediante modelos constitutivos, los cuales son formulados para describir estos fenómenos. Birman (1997) presenta una visión general de algunos modelos constitutivos usados para describir el comportamiento de las SMA. Otros modelos son discutidos en Savi y Braga (1993).

La presente contribución considera un modelo constitutivo con restricción interna (Fremond, 1987) el cual es extendido para procesos anisotérmicos. El modelo original considera una fase austenítica y dos variantes de martensita. Las restricciones internas son impuestas por la coexistencia de estas fases. Se simula numéricamente el comportamiento de una barra sometida a cargamento termomecánico. Las conclusiones han mostrado que una distribución de temperatura no homogénea puede causar una distribución de transformación de fase no homogénea, la cual puede producir deformaciones espúreas o reducir la fuerza necesaria para realizar una tarea específica.

MODELO CONSTITUTIVO

Fremond (1987) ha propuesto un modelo constitutivo tridimensional considerando una fase austenítica y dos variantes de martensita. Restricciones internas son impuestas por la coexistencia de estas fases. Savi y Braga (1993) discuten algunas limitaciones de esta descripción tridimensional.

Aquí se considera una versión unidimensional del modelo de Fremond. El estado termodinámico es completamente definido por un número finito de variables de estado: deformación uniaxial, ϵ , temperatura, T , las fracciones volumétricas de variantes martensíticas, ξ_1 y ξ_2 , y austenita, ξ_3 . El comportamiento de la SMA puede ser caracterizado por dos potenciales termodinámicos: la energía libre de Helmholtz, ψ y el potencial de disipación, ϕ . La energía libre de Helmholtz puede ser escrita como (Savi, 1994):

$$\psi(\epsilon, T, \xi_i) = \rho \int_{\xi_1}^{\xi_3} \mathcal{F}_i(\epsilon, T) \hat{J}(\xi_i) \quad (1)$$

donde ρ es la densidad. \mathcal{F}_1 , \mathcal{F}_2 y \mathcal{F}_3 son las energías libres asociadas con la fase de dos variantes martensíticas y una austenítica. Las fracciones volumétricas de cada fase, ξ_i , deben satisfacer las siguientes restricciones, las cuales establecen la coexistencia de las fases:

$$\xi_i \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) ; \quad \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 = 1 \quad (2)$$

\hat{J} es la función indicadora del convexo T asociado con las restricciones (2) (Rockafellar, 1970). Mediante al uso de las restricciones (2), ξ_3 puede ser eliminado y la energía libre puede ser escrita en términos de las dos fracciones volumétricas ξ_1 y ξ_2 :

$$\psi(\epsilon, T, \xi_1, \xi_2) = \rho \mathcal{F}(\epsilon, T, \xi_1, \xi_2) + J(\xi_1, \xi_2) \quad (3)$$

donde

$$\mathcal{F}(\epsilon, T, \xi_1, \xi_2) = \rho \int_{T_M}^T \frac{c_L}{T} (T - T_M) \xi_1 \xi_2 \quad (4)$$

$$\mathcal{F}(\epsilon, T, \xi_1, \xi_2) = \frac{c_L}{T} (T - T_M) \xi_1 \xi_2 + \frac{1}{2} E \epsilon^2 + \frac{c_L}{T} (T - T_M) \quad (4)$$

c_L y E son parámetros característicos del material que describen la transformación martensítica, E representa al módulo de elasticidad y T_M es un límite inferior de temperatura para una existencia estable de la fase austenítica. J representa la función indicadora del triángulo,

$$J(\xi_1, \xi_2) = \begin{cases} 0 & \text{si } \xi_i \in [0, 1] \text{ para } i = 1, 2 \\ \infty & \text{de otro modo} \end{cases} \quad (5)$$

Las ecuaciones de estado pueden ser obtenidas de la energía libre de Helmholtz como sigue (Pacheco, 1994):

$$\frac{\partial \psi}{\partial \epsilon} = E \epsilon \quad (6)$$

$$B_1 = \frac{\partial \psi}{\partial \xi_1} = \frac{c_L}{T} (T - T_M) \xi_2 \quad (6)$$

$$B_2 = \frac{\partial \psi}{\partial \xi_2} = \frac{c_L}{T} (T - T_M) \xi_1 \quad (6)$$

$$\text{con } (-\xi_1 + \xi_3) \xi_2 J ; \quad (-\xi_2 + \xi_3) \xi_1 J.$$

σ representa lo esfuerzo uniaxial, B_i son las fuerzas termodinámicas, ξ_i son sub-diferenciales con respecto a ξ_i (Rockafellar, 1970) y λ_i son los multiplicadores de Lagrange relativos a la restricción (5). Los multiplicadores de Lagrange ofrecen una buena alternativa para representar sub-diferenciales de la función indicatriz (Savi y Braga, 1993).

Considerando un pseudo-potencial de disipación cuadrático es posible escribir las siguientes ecuaciones complementarias (Savi y Braga, 1993):

$$B_i = \frac{\partial \phi}{\partial \xi_i} = \lambda_i \quad (i = 1, 2) \quad (7)$$

Donde β es un parámetro asociado con la disipación interna del material.

Las ecuaciones (6) y (7) forman un conjunto completo de ecuaciones constitutivas. Usando la Ley de Fourier para representar el proceso de conducción de calor en SMA, la ecuación de energía unidimensional puede ser escrita como (Pacheco, 1994):

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\beta \frac{\partial T}{\partial x} \right) - \frac{hP}{A} (T - T_f) - \beta c \dot{T} = \beta \dot{\epsilon} - B_1 \dot{\epsilon} - B_2 \dot{\epsilon} + T \frac{\partial \beta}{\partial T} \dot{T} + \frac{\partial B_1}{\partial T} \dot{\epsilon} + \frac{\partial B_2}{\partial T} \dot{\epsilon} \quad (8)$$

Donde β y c son parámetros del material, h es el coeficiente de convección, P el perímetro, A el área de la sección transversal y T_f la temperatura del medio donde la barra está inmersa.

La ecuación (8) representa el balance de energía. Los términos del lado derecho representan el acoplamiento entre los procesos mecánico y térmico. Los primeros dos términos están asociados con la disipación mecánica y son referidos como acoplamiento interno. El último término está referido como acoplamiento térmico y representa el acoplamiento debido a la dependencia a la temperatura de los parámetros del material.

SOLUCION NUMERICA

La solución numérica considera un procedimiento fundamentado sobre la técnica de la partición del operador (Marchuck, 1975). El problema acoplado original es descompuesto en dos problemas desacoplados: una evolución, representada por un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias (6-7) y un problema de conducción de calor, representado por una ecuación diferencial parcial parabólica (8). Después de la partición, los dos problemas pueden ser tratados separadamente por métodos tradicionales considerando que la temperatura es un parámetro conocido en el problema de evolución.

La solución del problema de evolución considera una nueva partición. Un paso predictor elástico donde no se presenta ninguna transformación y la temperatura es asumida como conocida, es usado como un estado tentativo. El algoritmo de proyección propuesto por Savi (1994) es usado para evaluar la viabilidad del estado tentativo. El problema de conducción de calor es considerado para evaluar la temperatura real. El algoritmo de Crank-Nicholson es usado para discretizar el problema térmico (Pacheco, 1994). Un procedimiento iterativo es usado para obtener la solución real. Este procedimiento converge cuando los estados tentativo y real se son los mismos.

BARRA DE SMA

Para estudiar los efectos de la conducción de calor en SMAs, se consideró una barra con diámetro $d = 5\text{mm}$ y longitud $L = 25\text{mm}$ sometida a una carga termomecánica. Una discretización espacial de 11 puntos es usada en la simulación. Los parámetros del material son supuestos como insensibles a la temperatura y están representados en la Tabla 1 (Sato *et al.*, 1985; Savi, 1994)

Para las tasas de carga y rangos de temperatura observados en este artículo, los términos de acoplamiento interno y térmico son de menor importancia y pueden ser despreciados. Por tanto, la ecuación de energía puede ser reducida a la ecuación de calor comúnmente usada en el estudio de cuerpos rígidos sin ninguna pérdida.

Una distribución de deformación no homogénea puede ser obtenida si se presenta una transformación incompleta en algunas regiones de la barra. En el análisis previo, son considerados los efectos de transferencia de calor.

Tabla 1: Parámetros del material

E (GPa)	70
β (MPa)	7
c_L (MPa)	0.3813
T_M (K)	246
β (kPa)	20
β (W/m K)	10
c (J/kg K)	460.2
β (kg/m ³)	6.5×10^3

Se considera una barra fija en el extremo izquierdo ($x = 0$), sometida a una carga de esfuerzo en el extremo derecho ($x = L$) y una carga de temperatura en el extremo izquierdo ($x = 0$). La barra se encuentra inicialmente a una temperatura $T = 240\text{K}$ y entonces es inmersa en un medio con la misma temperatura. Se asume un coeficiente de convección constante $h = 10\text{ W/m}^2\text{K}$. La carga termomecánica está representada en la Figura 2. Después de que la totalidad de la barra alcanza un esfuerzo constante de 15 Mpa (punto B), se aplica una carga térmica sobre el extremo izquierdo de la barra ($x = 0$). Se impone un proceso de calor cíclico variando la temperatura de 240K a 280K como una onda trapezoidal con un período de 100s y una tasa de carga de 1.33 K/s (punto B a E).

La Figura 3 muestra la relación esfuerzo-deformación para el extremo izquierdo de la barra ($x = 0$). La carga mecánica causa una transformación martensítica y se observa (punto B) una deformación cercana a 0.3%. La carga térmica causa un relevo parcial de deformación. Por calentamiento de la barra a una temperatura superior a T_M toda la fase martensítica, la cual es generada por el proceso de carga mecánica, será transformada a austenita causando una disminución en la

deformación (B? C). Luego, por disminución de la temperatura del cuerpo, la carga mecánica causa, otra vez, incremento en la deformación (C? D).

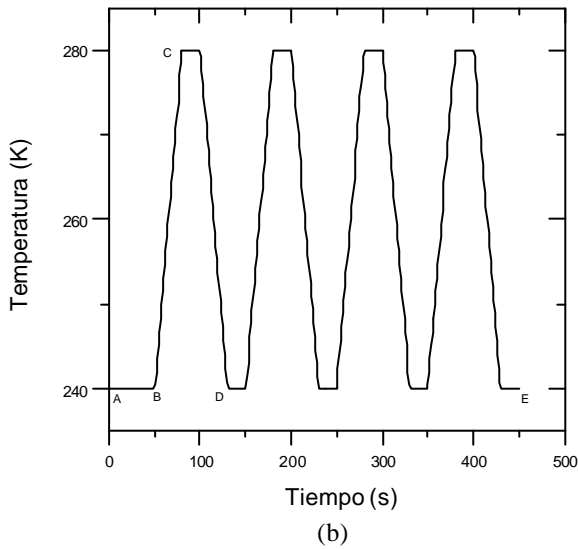
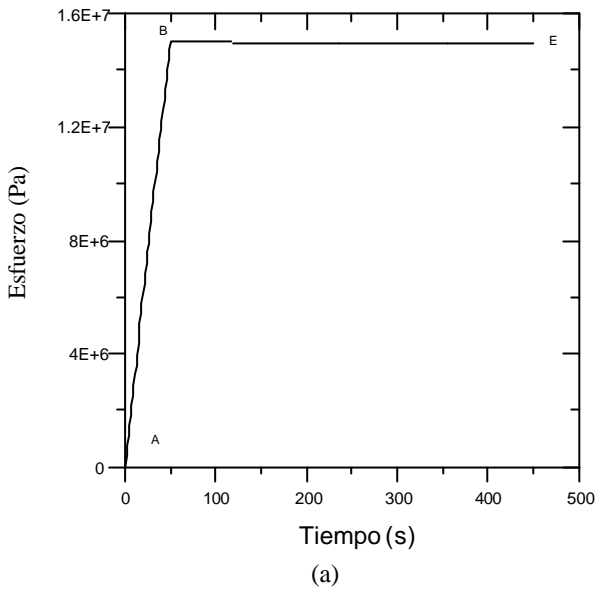


Fig. 2: (a) Carga mecánica; (b) Carga térmica.

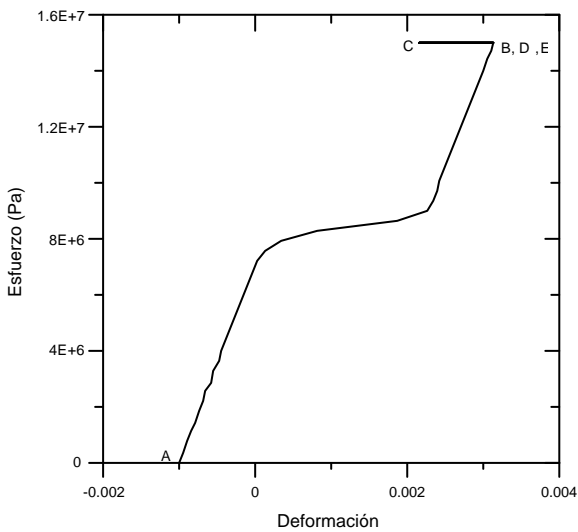


Fig. 3: Curva esfuerzo-deformación para el extremo izquierdo de la barra ($x = 0$).

La variación de la temperatura con relación al tiempo para algunas regiones de la barra se muestra en la Figura 4. La Figura 5 muestra la distribución de temperatura a través de la barra para algunos valores de tiempo.

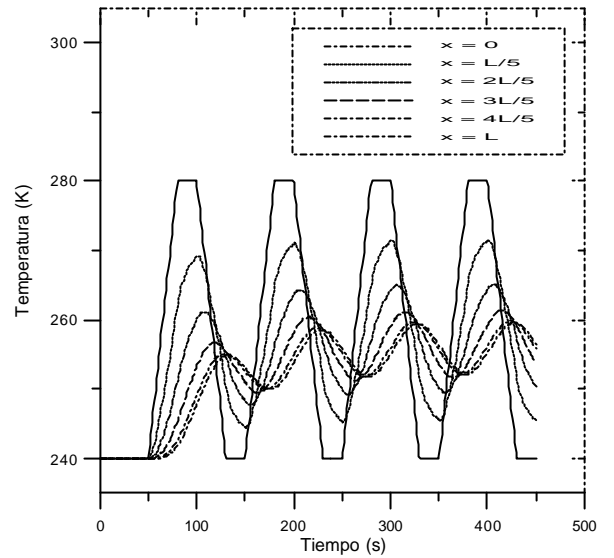


Fig. 4: Variación de la temperatura en el tiempo.

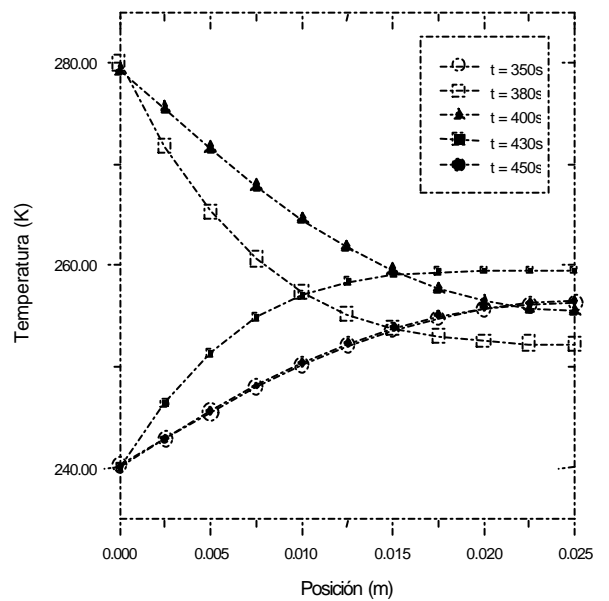


Fig. 5: Distribución de temperatura para diferentes valores de tiempo.

Las Figuras 6 y 7 muestran la deformación y la evolución de fase del material, respectivamente, para diferentes posiciones de la barra. En el extremo izquierdo ($x = 0$), la transformación martensítica sigue a la variación de carga térmica en la misma forma que a la temperatura, mientras que en otras posiciones se ob-

serva un intervalo de tiempo. En el extremo derecho, la evolución de temperatura no promueve la transformación de fase y las deformaciones no cambian.

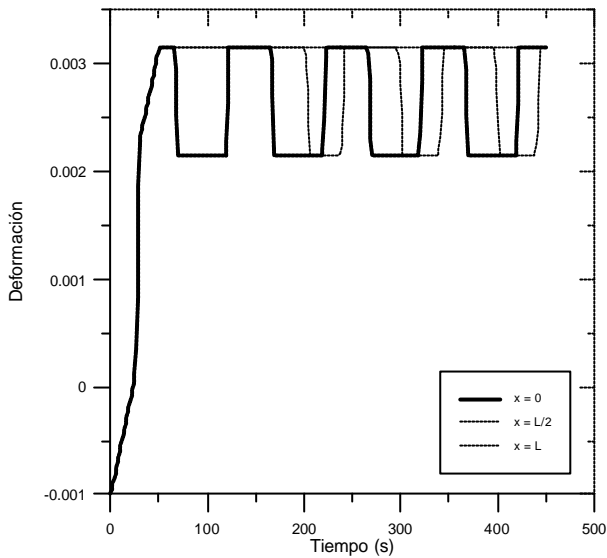


Fig. 6: Variación de la deformación en el tiempo.

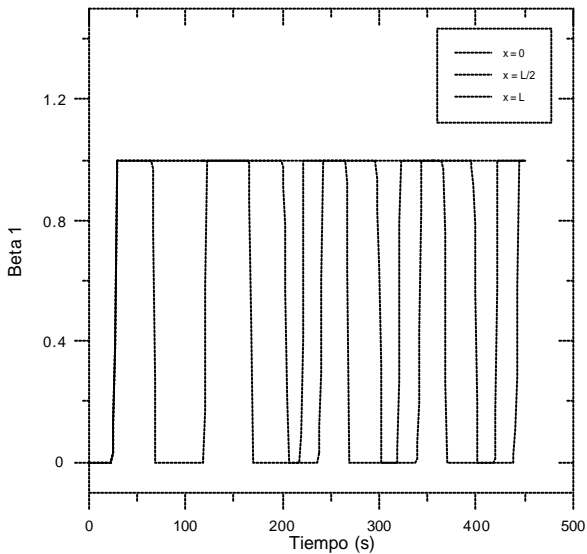
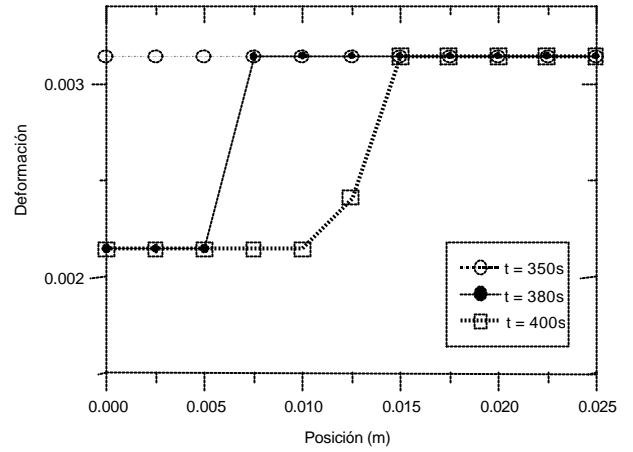
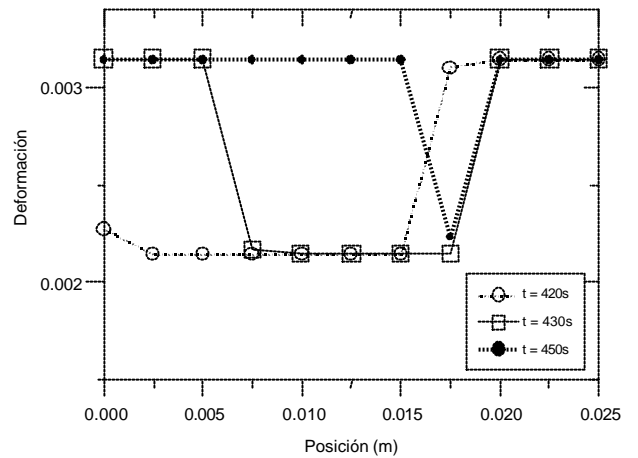


Fig. 7: Variación de β_1 en el tiempo.

La distribución de deformación a través de la barra, para varios valores de tiempo, se muestra en la Figura 8. Tal como se presenta en las Figuras 6 y 7, el proceso mecánico presenta un intervalo de tiempo promovido por el proceso térmico y se observa una distribución de deformación no homogénea.



(a)



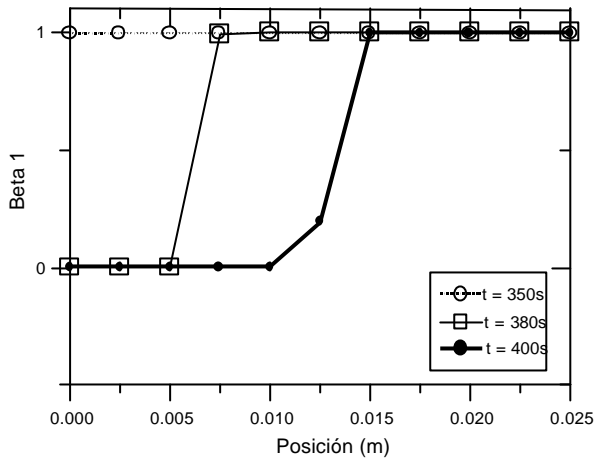
(b)

Fig. 8: Distribución de la deformación. (a) 350s, 380s y 400s; (b) 420s, 430s y 450s

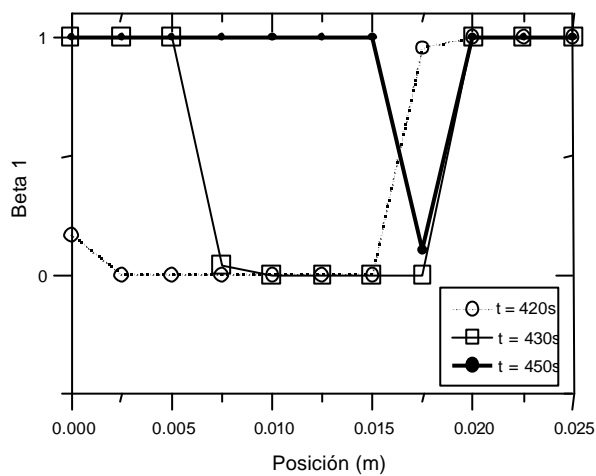
La distribución de fase del material presenta el mismo comportamiento de la distribución de deformaciones y se muestra, para varios valores de tiempo, en la Figura 9.

Debe notarse que, durante la carga térmica, la deformación y la transformación de fase avanzan a través de la barra como una onda. Algunas partes nunca experimentan deformación o cambios de fase. Estos resultados muestran que la transferencia de calor sobre SMAs es importante para definir la transformación de fase y la distribución de deformaciones correspondiente. Esta información es fundamental para simular el comportamiento de la SMA.

La naturaleza disipativa del efecto de memoria de memoria puede ser observada en el lazo de histéresis de la relación deformación-temperatura la cual es presentada en la Figura 10.



(a)



(b)

Fig. 9: Distribución de β_1 .
(a) 350s, 380s y 400s; (b) 420s, 430s y 450s

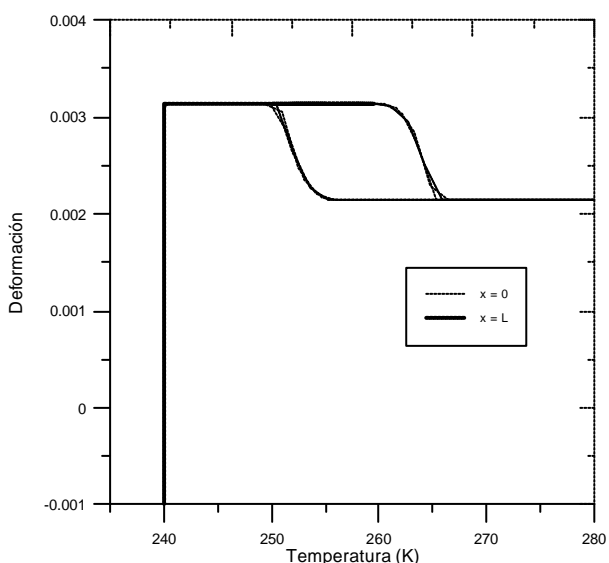


Fig. 10: Lazo de histéresis deformación-temperatura.

CONCLUSIONES

Se consideró el análisis de la transferencia de calor en SMAs. Un modelo constitutivo unidimensional con variables internas es extendido a procesos anisotérmicos para estudiar el acoplamiento termomecánico. Los términos acoplados de las ecuaciones de energía pueden ser despreciados para las tasas de carga y rangos de temperatura estudiados. La dependencia a la temperatura, sin embargo, indica que las ecuaciones de energía deben ser consideradas en el análisis de SMAs. El comportamiento de una barra sometida a cargas termomecánicas es simulado numéricamente. Las simulaciones indican que la conducción térmica es una característica importante para describir el comportamiento mecánico de SMAs. Los resultados muestran que una distribución de temperatura no homogénea puede causar una distribución de transformación de fase no homogénea, la cual puede producir deformación espúrea o reducir la fuerza necesaria para realizar una tarea específica.

AGRADECIMIENTOS

M.A. Savi agradece el apoyo dado por CNPq, Brasil.

REFERENCIAS

- Birman, V., Review of mechanics of shape memory alloy structures: *Applied Mechanics Review*, v.50, 629-645 (1997).
- Borden, T., Shape Memory Alloys - Forming a Tight Fit: *Mechanical Engineering*, 66-72 (1991).
- Busch, J.D., Purdy, W.E. y Johnson, A.D., Development of a Non-Explosive Release Device for Aerospace Applications, *26th Aerospace Mechanisms Symposium* (1997).
- Chernyavsky, A.G., Kavchenko, Y.D. y Fatkullina, L.P., TiNi-Base Shape Memory Alloys and their Applications: *Proceedings of the International Conference on Martensitic Transformation*, Monterey, California, USA, 1313-1317 (1993).
- Fremond, M., Matériaux à Mémoire de Forme, *C.R. Acad. Sc. Paris*, Tome 34, s.II (7), 239-244 (1987).
- Marchuck, G.I., *Methods of Numerical Analysis*. Springer-Verlag (1975).
- Pacheco, P.M.C.L., *Analysis of the Thermomechanical Coupling in Elasto-Viscoplastic Materials*: PhD Thesis, Dept. de Ingeniería Mecánica, PUC-Rio (in Portuguese) (1994).
- Pacheco, P.M.C.L. y Savi, M.A., A Non-Explosive Release Device for Aerospace Applications Using Shape Memory Alloys: *XIV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - COBEM 97* (1997).

- Perkins, J., Martensitic Transformation Cycling and the Phenomenon of Two-Way Shape Memory Training: *Mat. Res.*, v.II, 669-674 (1984).
- Rockafellar, R.T., *Convex Analysis*. Princeton Press, (1970).
- Rogers, C.A., Intelligent Materials: *Scientific American*, September, 122-127 (1995).
- Rogers, C.A., Liang, C. y Fuller, C.R., Modeling of Shape Memory Alloy Hybrid Composites for Structural Acoustic Control: *Journal of the Acoustical Society of America*, v.89, 210-220 (1991).
- Sato, Y., Tanaka, K. y Kobayashi, S., Pseudoelasticity and Shape Memory Effect Associated with Stress-Induced Martensitic Transformation - A Thermomechanical Approach: *Transaction of Japan Society Aero. Space Science*, v.28(81), 150-160 (1985).
- Savi, M.A. y Braga, A.M.B., Chaotic Vibrations of an Oscillator with Shape Memory: *Journal of the Brazilian Society for Mechanical Sciences - RBCM*, v.XV (1), 1-20 (1993).
- Savi, M.A., *Non-linear Dynamics and Chaos in Mechanical Systems with Shape Memory*: PhD Thesis, Dept. de Ingeniería Mecánica, PUC-Rio (in Portuguese) (1994).
- Schetky, L.M., Shape Memory Alloys: *Scientific American*, v.241(5), 68-76 (1979).
- Sun, Q.P. y Hwang, K.C., Micromechanics Modelling for the Constitutive Behavior of Polycrystalline Shape Memory Alloys - II-Study of the Individual Phenomena: *Journal of Mech. Phys. Solids*, v.41 (1), 19-33 (1993).
- Tanaka, K., A Phenomenological Description on Thermomechanical Behavior of Shape Memory Alloys: *Journal of Pressure Vessel Technology*, v.112, 158-163 (1990).
- Tuominen, S.M. y Biermann, R.J., Shape Memory Wires: *Journal of Metals*, 32-35 (1988).
- Zhang, X.D., Rogers, C.A. y Liang, C., Modeling of Two-Way Shape Memory Effect: *ASME - Smart Structures and Materials*, v.24, 79-90 (1991).