

Artigo Original

recebido: 23/12/1997 e aceito em 01/11/1999

Modelos constitutivos para o pulmão: caso unidimensional

Constitutive models for the lung: one dimensional case

M.A. Savi

Departamento de Engenharia Mecânica e de Materiais,
Instituto Militar de Engenharia
22.290-270, Rio de Janeiro, RJ
e-mail: savi@epq.ime.eb.br

P.M.C.L. Pacheco

Departamento de Engenharia Mecânica, CEFET/RJ
20.271-110, Rio de Janeiro, RJ
e-mail: calas@cefet-rj.br

Resumo

A simulação de fenômenos vitais pode contribuir tanto no sentido de definir as condições mais adequadas aos seres vivos quanto no sentido de determinar o tratamento de afecções. Essas simulações exigem a elaboração de modelos capazes de descrever o comportamento dos sistemas biológicos e o processo de elaboração desses modelos envolve estudos experimentais e analíticos. A simulação da mecânica do sistema respiratório pode contribuir para avaliar detalhes de sua fisiologia. O pulmão é um órgão fundamental nesse processo e, usualmente, a descrição de seu comportamento mecânico é feita através de modelos que descrevem o comportamento mecânico do tecido biológico associados a modelos que descrevem o efeito da tensão superficial nas paredes alveolares. Este trabalho apresenta uma revisão sobre os modelos constitutivos para o tecido biológico e sugere modelos viscoelásticos para descrever a resposta do pulmão de uma forma geral. Consideram-se os modelos elásticos não-lineares, polinomial e exponencial, utilizados para descrever o comportamento elástico do tecido biológico. Propõem-se alguns modelos viscoelásticos em um contexto unidimensional. Simulações numéricas apresentam respostas qualitativamente coerentes.

Palavras-chave: Biomecânica, Equações constitutivas, Mecânica do pulmão.

Abstract

The simulation of vital phenomena may contribute either to define the best conditions for living beings or to determine pathological treatments. These simulations need models, which are capable to describe the behavior of biological systems. The elaboration of these models needs experimental and analytical studies. The simulation of the respiratory system may contribute to evaluate some physiologic details of this system. The lung is the fundamental organ of this process. Usually, constitutive models used to describe the mechanical behavior of the lung is a combination of models to describe the biological tissue behavior associated with models to describe the surface tension stress effect in the alveolar walls. This work presents an overview of constitutive models for soft tissues and suggests viscoelastic models to describe the complete response of the lung. Polynomial and exponential models are considered to describe the elastic behavior of biological tissues. Some viscoelastic models are presented and discussed. One-dimensional results illustrate with qualitative coherence the stress-strain curves prescribed by these models.

Keywords: Biomechanics, Constitutive equations, Mechanics of lungs.

Introdução

A biomecânica relaciona aplicações mecânicas aos problemas biológicos. Os primeiros estudos neste sentido são atribuídos a da Vinci, Galileo, Lagrange, Bernoulli, Euler e Young (Winter, 1990; Ascenzi, 1993). Nos últimos anos, a biomecânica vem se tornando uma área de pesquisa cada vez mais importante possibilitando uma melhor compreensão dos fenômenos vitais dos seres vivos. Isso permite uma evolução tanto no tratamento de afecções quanto na criação de condições de vida mais adequadas.

Muitas áreas de pesquisa têm sido objeto de estudos na biomecânica, dentre as quais deve-se destacar: a mecânica de sistemas fisiológicos, tais como os sistemas respiratório e cardiovascular; a mecânica do movimento humano, que trata vários aspectos dos músculos e do sistema motor; a mecânica de tecidos e biomateriais, que envolve o desenvolvimento de próteses e órgãos artificiais; a construção de equipamentos de instrumentação médica e a mecânica da biologia molecular (Hung *et al.*, 1978; Winter, 1990). Dentre as áreas envolvidas com a biomecânica pode-se citar o treinamento de atletas, as cirurgias ortopédicas e o projeto de equipamentos para reabilitação e treinamento (Winter, 1990).

A simulação da mecânica do sistema respiratório pode contribuir para avaliar detalhes de sua fisiologia. O processo respiratório dos seres vivos pode ser entendido como um mecanismo necessário para isolar o oxigênio que é indispensável às atividades celulares. O pulmão é um órgão fundamental nesse processo. Os pulmões localizam-se na caixa torácica, preenchendo-a quase totalmente. O ar entra nos pulmões através das fossas nasais ou da boca, de onde passa à faringe, à laringe, à traquéia e aos brônquios, chegando até aos alvéolos, unidade básica do pulmão, onde ocorre o intercâmbio de gás carbônico e de oxigênio com o sangue.

A função respiratória se processa em três fases distintas. A ventilação, através da qual o ar dos alvéolos é continuamente renovado; a perfusão, quando o sangue venoso procedente do coração afluí aos alvéolos; e a difusão, que é o processo em que ocorre a troca gasosa do oxigênio do ar dos alvéolos com o gás carbônico contido no sangue (Guyton e Hall, 1996).

Muitos estudos são realizados no sentido de modelar o comportamento mecânico do pulmão. Usualmente, utilizam-se modelos elásticos não-lineares para descrever o comportamento do tecido biológico, enquanto o comportamento da tensão superficial da interface ar-fluido nas paredes alveolares é considerado em modelos isolados. Com relação aos modelos

para os tecidos biológicos, Lee e Frankus (1975) propuseram um modelo polinomial, baseado nos estudos experimentais de Hoppin *et al.* (1975) sobre o comportamento mecânico de cubos do parênquima pulmonar submetidos a carregamentos triaxiais. Fung (1974), por sua vez, propõe um modelo exponencial, baseado na formulação do alvéolo médio. Mais recentemente, Maksym e Bates (1997) propuseram um modelo que considera a associação em paralelo de dois elementos elásticos que representam as fibras de colágeno e de elastina existentes no tecido. Outros trabalhos apontam a importância de se considerar o efeito viscoelástico para descrever o comportamento do tecido biológico (Navajas *et al.*, 1995; Lorino *et al.*, 1994; Suke e Bates, 1991).

De uma maneira geral, a análise do problema da tensão superficial estabelece uma função analítica para descrever a relação entre essa tensão e a sua variação na inspiração e na expiração. Fung (1975, 1978) admite uma curva representativa da dissipação de energia a partir da série de Fourier. Wilson (1982) propõe uma outra abordagem onde a curva é obtida a partir da relação pressão-volume. Kowe *et al.* (1986), por sua vez, desenvolvem outro procedimento através da utilização do método dos elementos finitos e Venegas *et al.* (1998) apresentam um estudo a partir da curva pressão-volume.

A análise de tensões e deformações no pulmão como um todo foi impulsionada a partir da utilização do método dos elementos finitos. Lee (1980) apresenta uma revisão sobre alguns dos importantes trabalhos utilizando essa técnica.

O presente trabalho propõe a utilização de modelos constitutivos viscoelásticos com o objetivo de modelar o comportamento do pulmão contemplando o tecido biológico e a tensão superficial nas paredes alveolares de forma simultânea. O estudo é desenvolvido em um contexto unidimensional. Inicialmente, apresenta-se uma breve discussão sobre o pulmão, sua anatomia e a relação pressão-volume. Em seguida, discute-se a elaboração de modelos constitutivos de uma maneira geral, baseada no formalismo da mecânica dos meios contínuos e da termodinâmica dos processos irreversíveis. Os modelos elásticos, polinomial e exponencial, utilizados para descrever o comportamento mecânico do tecido biológico, e a proposta de modelos viscoelásticos, são apresentados a seguir. Algumas simulações numéricas mostram que a resposta desses modelos é qualitativamente consistente, contudo, esses resultados devem ser validados a partir de ensaios experimentais, o que está fora do objetivo deste trabalho.

Anatomia do Pulmão

A unidade básica do pulmão é o *alvéolo*, que é um poliedro com mais de 14 lados sendo um deles aberto. Cada alvéolo possui um diâmetro médio de 200-300µm e suas paredes possuem espessura de 10-14 mm. A área da superfície total das paredes de todos os alvéolos pode ser superior a 100m² (Lee, 1978). Os alvéolos formam um conglomerado cujas saídas convergem para um duto comum, os *bronquíolos*, que são ramificações menores dos *brônquios*, que por sua vez são bifurcações da *traquéia*. A malha de paredes alveolares representa 90% do volume dos pulmões e é denominado como *parênquima pulmonar*.

O parênquima pulmonar é estruturado em vários níveis, sendo dividido em duas cavidades - direita e esquerda - onde cada uma delas é denominada como *pulmão*. Essas cavidades são separadas por uma parede vertical, o *mediastino*, que compreende o coração, vasos sanguíneos, traquéia, timo, esôfago e troncos nervosos. Cada pulmão possui incisuras que o divide em partes denominadas *lobos*.

Os brônquios penetram nos pulmões através de fendas denominadas de *hilo pulmonar*, e se ramificam de modo que cada ramo penetre em um lobo. No interior do lobo, eles voltam a se ramificar de forma a estabelecer ligações independentes com diversas partes de um lobo, chamadas *segmentos*. Esses segmentos são autônomos sob os aspectos anatômico e funcional.

O pulmão possui a forma de um cone irregular. A base, côncava, apoia-se na curva de um músculo denominado *diafragma*. O ápice, obtuso, chega até o nível do primeiro par de costelas. As faces externas, convexas, adaptam-se às paredes do tórax, enquanto as faces internas, côncavas, delimitam o mediastino.

A superfície externa do pulmão é envolvida por uma membrana denominada *pleura*. Essa membrana é composta de duas camadas separadas por uma *cavidade pleural* que comporta uma fina película de fluido intersticial. A *pleura pulmonar* ou *visceral* é a camada mais externa e é colada à parede interna da caixa torácica, enquanto a *pleura parietal* reveste a superfície do pulmão, recobrando o mediastino e grande parte do diafragma.

Na inspiração, o diafragma se contrai, auxiliado pelos músculos do abdome, o que provoca uma descida de todo o fundo da caixa torácica acarretando uma expansão do tórax e o conseqüente movimento da pleura visceral. A queda de pressão na cavidade pleural acarreta o movimento da pleura parietal e a conseqüente expansão do pulmão. Na expiração, o

processo inverso ocorre. De um modo geral, existem outros mecanismos auxiliares para a inspiração e/ou expiração.

Nos seres humanos, cada pulmão possui cerca de 300-400 milhões de alvéolos e mede cerca de 25cm de altura para uma massa de aproximadamente 350g. O pulmão direito é um pouco maior do que o esquerdo possuindo 3 lobos e cerca de 8 segmentos, enquanto o esquerdo possui 2 lobos e cerca de 10 segmentos. O volume ocupado pelos pulmões é da ordem de 1,7 m³ o que permite armazenar cerca de 3,5 m³ de ar. A Figura 1 mostra uma representação esquemática dos pulmões.

Relação Pressão-Volume

No sistema respiratório, a relação pressão-volume apresenta-se como a característica mais mensurável e com melhores índices de reprodutibilidade e confiabilidade. Tipicamente, o volume é medido por porcentagem da capacidade total do pulmão. A pressão está associada à expansão do pulmão e é avaliada como a diferença entre a pressão das vias respiratórias e a da cavidade pleural, sendo denominada *pressão transpulmonar*. A elaboração de ensaios experimentais da relação pressão-volume do pulmão é feita separando-se o pulmão da parede torácica. Desta forma, a pressão transpulmonar pode ser facilmente avaliada.

A relação pressão-volume é altamente não-linear o que implica na não-linearidade da relação tensão-deformação dos modelos constitutivos do pulmão. O processo respiratório está associado a grandes variações de volume que acarretam taxas de extensão de deformação que podem atingir valores superiores a 1,7. Além disso, a relação é dependente da trajetória, sendo portanto, diferente para a inspiração e a

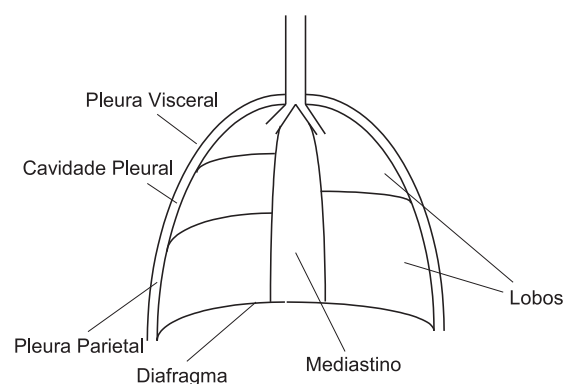


Figura 1. Representação esquemática dos pulmões.

expiração. Esse comportamento é caracterizado por uma histerese que representa a dissipação de energia no processo respiratório. Outra característica importante diz respeito à dependência no tempo da resposta do pulmão (Lee, 1978).

Estas características podem ser compreendidas considerando-se que o comportamento mecânico do pulmão é uma combinação do comportamento do tecido biológico e da tensão superficial da interface ar-fluido nas paredes alveolares. Dessa forma, a tensão na parede alveolar consiste de duas partes: uma devida a extensão da parede alveolar e outra devida à tensão superficial.

O tecido biológico é basicamente composto por dois tipos de fibras: O *colágeno*, que é relativamente inextensível, e a *elastina*, que é extremamente extensível. O comportamento mecânico desses tecidos, portanto, é uma combinação do comportamento destas duas fibras.

A tensão superficial no pulmão varia na medida que a área da superfície é alterada. Dessa forma, a expansão do pulmão acarreta um aumento da tensão superficial, enquanto a contração provoca a diminuição dessa tensão. Esse comportamento é devido à presença de uma substância ativa na superfície do pulmão chamada *surfactante pulmonar*. A presença do surfactante pulmonar impede que o ar dos alvéolos menores possam fluir para os maiores, impedindo, com isso, que partes do pulmão se colabem.

A ação do surfactante pulmonar pode ser eliminada em ensaios experimentais onde os pulmões são submetidos a um banho salino. Dessa forma, avalia-se o comportamento mecânico do pulmão desconsiderando-se o efeito da tensão superficial. A Figura 2 mostra, qualitativamente, curvas típicas da relação pressão-volume, com e sem a influência da tensão superficial. A partir dessa curva, pode-se observar que o efeito do surfactante pulmonar é o principal responsável pela dissipação de energia no processo respiratório.

Modelos Constitutivos

Os processos de elaboração de modelos constitutivos para descrever o comportamento mecânico do pulmão podem ser enquadrados em várias categorias, onde destacam-se três:

Contínuo Compressível - A relação constitutiva é definida a partir de ensaios com uma porção do parênquima pulmonar. Essa abordagem leva em consideração a natureza compressível do parênquima pulmonar, que é constituído de alvéolos, vasos sanguíneos, tecidos biológicos, dentre outros.

Parede Alveolar - A caracterização do comportamento mecânico do pulmão é baseada no comportamento da parede alveolar. Isso é possível pelo fato de que 90% do pulmão intersecta as paredes alveolares e suas partes internas.

Alvéolo Médio - A definição da relação constitutiva é baseada na consideração de que um único alvéolo de tamanho e forma que representem a média de todos os alvéolos do pulmão, alvéolo médio, se comporta da mesma forma que o parênquima pulmonar. O grande apelo desta abordagem é que as propriedades dos modelos constitutivos podem ser obtidas a partir das relações pressão-volume.

A formulação de equações constitutivas é baseada em evidências experimentais e deve respeitar uma série de princípios mecânicos, explicitados em seus axiomas (Eringen, 1967). Um procedimento consistente é desenvolvido no contexto da mecânica dos meios contínuos e da termodinâmica dos processos irreversíveis (Lemaitre e Chaboche, 1990). Nesse contexto, o estado termodinâmico de um sólido é completamente definido a partir do conhecimento das variáveis de estado e, para satisfazer a segunda lei da termodinâmica, é usual definirem-se funções de energia a partir das quais obtém-se as relações constitutivas. As equações de estado de um material podem ser obtidas a partir de uma energia de deformação, $W = W(E, \beta)$, onde E é a deformação unidimensional e β representa um conjunto de variáveis de estado. Assim, definem-se as forças termodinâmicas conforme está apresentado a seguir,

$$S^R = \frac{\partial W}{\partial E} \quad (1)$$

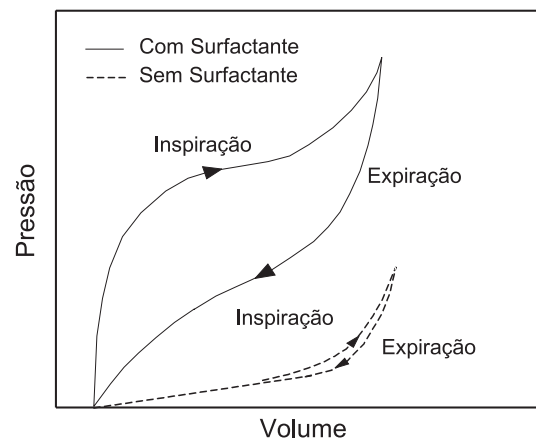


Figura 2. Representação esquemática da relação pressão-volume.

$$X = -\frac{\partial W}{\partial \beta} \quad (2)$$

onde S^R representa a parcela reversível da tensão e X representa uma força termodinâmica associada à variável β .

A evolução das variáveis irreversíveis é descrita a partir de equações complementares, definidas a partir de um potencial de dissipação, $\Phi = \Phi(\dot{E}, \dot{\beta})$. Com isso, pode-se definir os fluxos termodinâmicos da seguinte forma,

$$S^I = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{E}} \quad (3)$$

$$S^I = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{E}} \quad (4)$$

onde S^I representa a parcela irreversível da tensão. Desde que o potencial de dissipação $\Phi = \Phi(\dot{E}, \dot{\beta})$ seja convexo, positivo, e nulo na origem (Rockafellar, 1970), a versão local da segunda lei da termodinâmica, para o caso isotérmico (Eringen, 1967),

$$\left(S - \frac{\partial W}{\partial E} \right) \dot{E} - \frac{\partial W}{\partial \beta} \dot{\beta} \geq 0 \quad (5)$$

é automaticamente satisfeita (Lemaitre e Chaboche, 1990).

Desta forma, é possível escrever um conjunto de equações que descreve completamente o comportamento do material.

$$S = S^R + S^I = \frac{\partial W}{\partial E} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{E}} \quad (6)$$

$$X = -\frac{\partial W}{\partial \beta} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\beta}} \quad (7)$$

A elaboração de um modelo constitutivo para o pulmão implica na escolha adequada da função energia de deformação, W , e do potencial de dissipação, Φ . A escolha das variáveis mais convenientes para descrever o fenômeno, representada pela variável genérica β , também é fundamental na análise.

Modelos Elásticos

Nesta seção, consideram-se versões unidimensionais dos modelos elásticos utilizados para descrever o comportamento do tecido biológico (Savi *et al.*, 1995).

Modelo Polinomial

O modelo polinomial, proposto por Lee & Frankus

(1975), é baseado nos estudos experimentais de Hoppin *et al.* (1975) sobre o comportamento mecânico de cubos do parênquima pulmonar submetidos a carregamentos triaxiais.

A função energia de deformação, W , pode ser escrita da seguinte forma (Savi *et al.*, 1995),

$$W = B_1 E + B_2 + B_3 E^2 + B_5 E^3 + B_8 E^4 \quad (8)$$

onde B_i são constantes.

O potencial de dissipação é nulo, uma vez que se considera um material elástico. Assim, obtém-se uma relação tensão-deformação do tipo

$$S = B_1 + 2B_3 E + 3B_5 E^2 + 4B_8 E^3 \quad (9)$$

Modelo Exponencial

O modelo exponencial é baseado na formulação do alvéolo médio e foi proposto por Fung (1974). A versão unidimensional da energia de deformação possui a seguinte forma,

$$W = \frac{b_1}{2} e^{b_2 E^2} \quad (10)$$

onde b_i são constantes.

O potencial de dissipação é nulo e, com isso, tem-se uma relação tensão-deformação do tipo,

$$S = b_1 b_2 E e^{b_2 E^2} \quad (11)$$

Deve-se observar que o modelo exponencial descreve o comportamento do pulmão utilizando menos constantes que o modelo polinomial.

Resposta dos Modelos Elásticos

Visando estabelecer uma comparação entre as relações tensão-deformação, previstas pelos modelos elásticos, polinomial e exponencial, desenvolve-se uma simulação admitindo que as deformações são prescritas. A parte inicial do carregamento, com taxa positiva, está associada à inspiração. Por outro lado, a parte do carregamento que possui taxa negativa está associada à expiração. As constantes utilizadas estão apresentadas na Tabela 1 e foram extraídas dos trabalhos de Lee e Frankus (1975) e de Fung (1978). A Figura 3a apresenta a deformação prescrita enquanto a Figura 3b mostra as respostas previstas pelos dois modelos.

A dissipação de energia do processo respiratório é muitas vezes incluída no modelo considerando-se diferentes constantes para a inspiração e a expiração (Savi *et al.*, 1995). Outro procedimento usual é estabelecer uma função analítica para descrever a relação

Tabela 1. Constantes dos Modelos Polinomial e Exponencial. As constantes são expressas em g/cm² exceto b₂ que é adimensional.

B ₁	B ₃	B ₅	B ₈	b ₁	b ₂
4,388	14,216	-13,968	16,992	40,488	0,577

entre a tensão superficial e a sua variação na inspiração e na expiração (Fung, 1978; Wilson, 1982).

Modelos Viscoelásticos

Com o objetivo de elaborar um modelo constitutivo que seja capaz de descrever o comportamento mecânico do pulmão, tratando simultaneamente as características do tecido biológico e da tensão superficial do surfactante pulmonar nas paredes alveolares, o presente trabalho sugere a utilização de modelos viscoelásticos. Esta proposta é uma alternativa para descrever a dissipação de energia associada ao processo de respiração.

A modelagem de materiais viscoelásticos pode ser feita através da associação de elementos elásticos e viscosos. No caso do pulmão, pode-se considerar que o elemento elástico representa o tecido biológico, descrito pelas equações constitutivas clássicas, discutidas na seção anterior. Por outro lado, a dissipação de energia é representada no elemento viscoso. As associações desses elementos, propostas aqui, são baseadas nos modelos viscoelásticos clássicos de Kelvin e de Maxwell (Flügge, 1975). Admite-se que o elemento elástico possui um comportamento não-linear, polinomial ou exponencial. Considera-se ainda que o elemento viscoso apresenta uma relação linear entre a tensão e a taxa de deformação.

Modelo de Kelvin

O modelo de Kelvin considera que os elementos elástico e viscoso estão associados em paralelo (Figura 4). Com isso, a deformação no elemento elástico, E_e, e a deformação no elemento viscoso, E_v, são idênticas (E = E_e = E_v), enquanto as tensões se somam para compor a tensão total (Flügge, 1975).

De acordo com a equação (8), define-se uma energia de deformação do tipo,

$$W = B_1 E_e + B_2 + B_3 E_e^2 + B_5 E_e^3 + B_8 E_e^4 \tag{12}$$

e considera-se um potencial de dissipação quadrático,

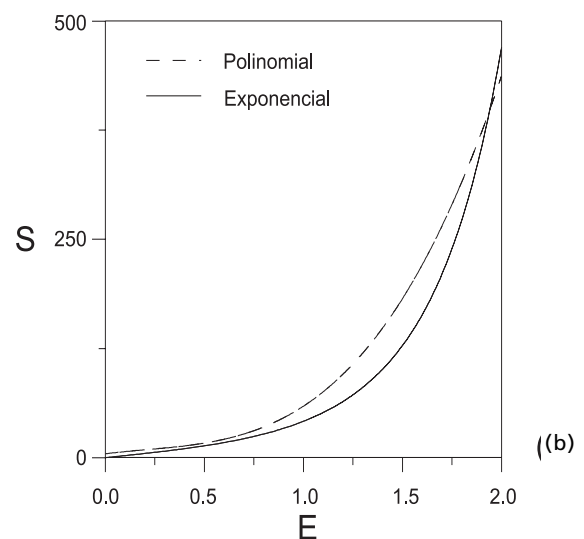
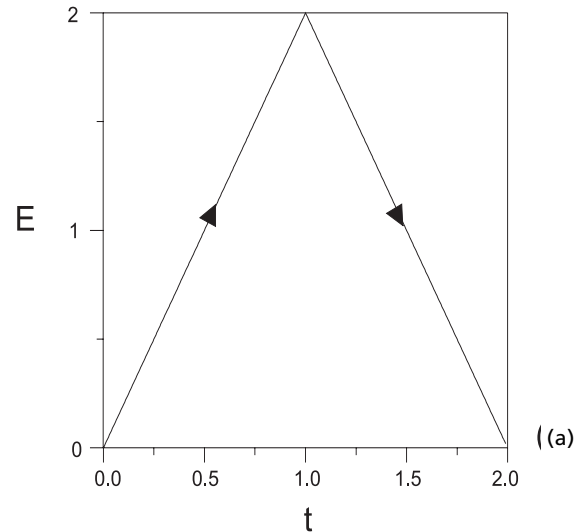


Figura 3. (a) Deformação prescrita; (b) Curvas tensão-deformação previstas pelos modelos polinomial e exponencial.

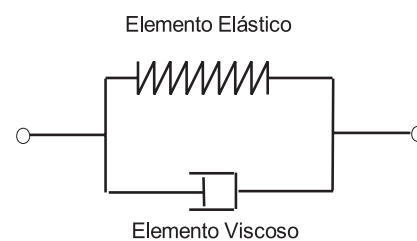


Figura 4. Modelo de Kelvin.

$$\Phi = \frac{d}{2} \dot{E}_v^2 \tag{13}$$

onde d é uma constante associada ao elemento viscoso.

A partir de (6), chega-se à seguinte relação tensão-deformação para o modelo Kelvin-polinomial,

$$S = B_1 + 2B_3E + 3B_5E^2 + 4B_8E^3 + d \dot{E} \tag{14}$$

O modelo Kelvin-exponencial, por sua vez, possui a seguinte expressão para a energia de deformação, de acordo com a equação (10),

$$W = \frac{b_1}{2} e^{b_2 E_e^2} \tag{15}$$

Considerando um potencial de dissipação quadrático, conforme definido na expressão (13), chega-se à seguinte relação tensão-deformação,

$$S = b_1 b_2 e^{b_2 E_e^2} + d \dot{E} \tag{16}$$

A seguir, analisam-se as respostas destes modelos submetidos a um carregamento em deformações, conforme mostrado na Figura 3a. As constantes elásticas estão apresentadas na Tabela 1. Consideram-se diferentes valores para a constante associada à dissipação, d . A discretização temporal é feita através do método de Euler implícito (Conte & de Boor, 1980).

A Figura 5 apresenta a resposta dos modelos de Kelvin. A Figura 5a apresenta o modelo Kelvin-polinomial, enquanto a Figura 5b apresenta o modelo Kelvin-exponencial. Deve-se observar que a resposta é dependente da trajetória, sendo portanto, diferente para a inspiração e a expiração. Esse comportamento caracteriza a dissipação de energia no processo respiratório que está diretamente associada à constante d .

Modelo de Maxwell

O modelo de Maxwell considera que os elementos elástico e viscoso estão associados em série (Figura 6). Dessa forma, as tensões atuantes nos dois elementos são idênticas enquanto as deformações se somam para compor a deformação total ($E = E_e + E_v$) (Flügge, 1975).

Considerando uma energia de deformação definida em (12) e um potencial de dissipação quadrático mostrado em (13), o modelo Maxwell-polinomial é descrito pela seguinte equação,

$$\dot{E} = \frac{\dot{S}}{2B_3 + 6B_5E_e + 12B_8E_e^2} + \frac{S}{d} \tag{17}$$

Para o modelo Maxwell-exponencial, utiliza-se a energia de deformação definida em (15) e o potencial de dissipação (13). Com isso, obtém-se a seguinte relação tensão-deformação:

$$\dot{E} = \frac{\dot{S}}{b_1 b_2 e^{b_2 E_e^2} (1 + 2b_2 E_e^2)} + \frac{S}{d} \tag{18}$$

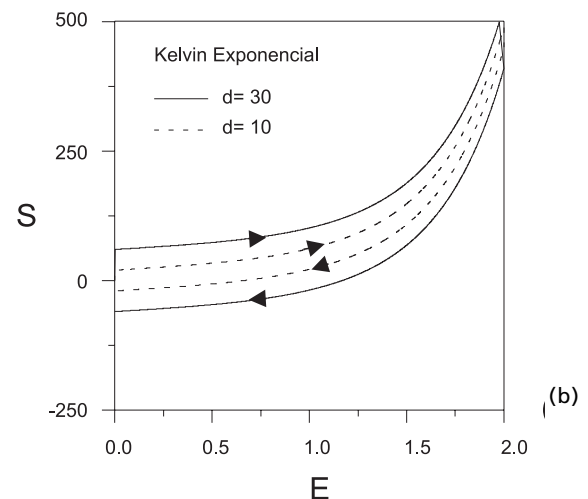
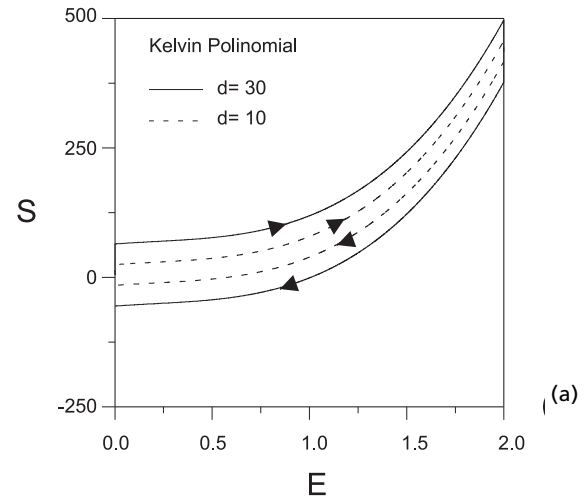


Figura 5. Resposta dos Modelos de Kelvin. (a) Polinomial; (b) Exponencial.

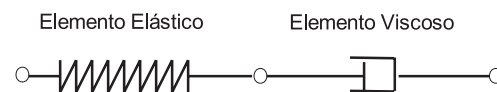


Figura 6. Modelo de Maxwell.

As respostas destes modelos são obtidas para os mesmos casos apresentados na análise dos modelos de Kelvin. O método de Newton-Raphson é utilizado para determinar a tensão a partir de uma deformação conhecida (Conte e de Boor, 1980). A discretização temporal é novamente feita através do método de Euler implícito. Após a discretização, a deformação elástica pode ser escrita da seguinte forma,

$$E_e = E - \left(\frac{S \Delta t}{d} - (E_v)_n \right) \quad (19)$$

onde E , E_e e S são as variáveis no instante t_{n+1} , $(E_v)_n$ é a deformação do elemento viscoso no instante t_n e $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ é o passo de integração.

A Figura 7 apresenta a resposta dos modelos de Maxwell. A Figura 7a apresenta o modelo Maxwell-polinomial, enquanto a Figura 7b apresenta o modelo Maxwell-exponencial. Mais uma vez deve-se observar que a resposta é dependente da trajetória o que caracteriza a dissipação de energia no processo respiratório. Essa dissipação está diretamente associada ao valor da constante d .

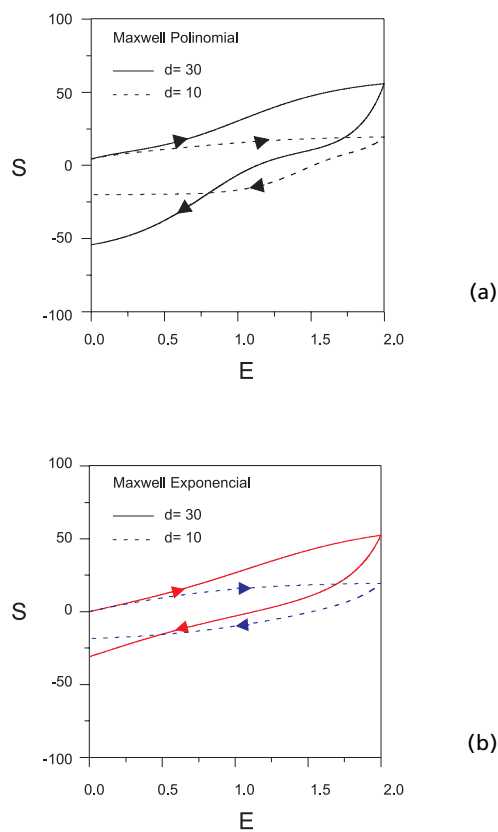


Figura 7. Resposta dos Modelos de Maxwell. (a) Polinomial; (b) Exponencial.

Conclusões

Este trabalho discute os modelos constitutivos utilizados para descrever o comportamento mecânico do pulmão em um contexto unidimensional. Apresentam-se os modelos elásticos não-lineares utilizados para descrever o comportamento do tecido biológico. Propõe-se a utilização de modelos viscoelásticos para descrever o comportamento mecânico do pulmão de uma forma geral, tratando simultaneamente os efeitos do tecido biológico e da tensão superficial do surfactante pulmonar. Apesar da simplicidade dos modelos considerados, os resultados são qualitativamente coerentes. Todavia, ensaios experimentais devem validar, de forma quantitativa, a utilização dos modelos propostos.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer o suporte do CNPq e da FAPERJ.

Referências

- Ascenzi, A. (1993). "Biomechanics and Galileo Galilei", *Journal of Biomechanics*, v. 26, n. 2, p. 95-99.
- Conte, S.D., De Boor, C. (1980). "Elementary Numerical Analysis", Auchland: McGraw Hill.
- Eringen, A.C. (1967). "Mechanics of Continua", New York: John Wiley & Sons.
- Flüge, W. (1975). "Viscoelasticity", Berlin: Springer Verlag.
- Frankus, A., Lee, G.C. (1974), "A Theory for Distortion Studies of Lung Parenchyma Based on Alveolar Membrane Properties", *Journal of Biomechanics*, v. 7, n. 1, p. 101-107.
- Fung, Y.C. (1974). "A Theory of Elasticity of the Lung", *Journal of Applied Mechanics*, v. 41, n. 1, p. 8-14.
- Fung, Y.C. (1975). "Stress, Deformation, and Atelectasis of the Lung", *Circulation Research*, v. 37, n. 4, p. 481-486.
- Fung, Y.C., Tong, P., Patitucci, P. (1978). "Stress and Strain in the Lung", *Journal of Engineering Mechanics Division - ASCE*, v. 104, n. 1, p. 201-223.
- Guyton, A.C., Hall, J.E. (1996). "Medical Physiology", Phyladelphia: W.B. Saunders.
- Hoppin, F.G., Lee, G.C., Dawson, S.V. (1975). "Properties of Lung Parenchyma in Distortion", *Journal of Applied Physiology*, v. 39, n. 5, p. 742-751.
- Kowe, R., Schroter, R.C., Matthews, F.L., Hitchings, D. (1986). "Analysis of Elastic and Surface Tension Effects in the Lung Alveolus Using Finite Element Methods", *Journal of Biomechanics*, v. 19, n. 7, p. 541-549.
- Lee, G.C., Frankus, A. (1975). "Elasticity Properties of

- Lung Parenchyma Derived from Experimental Distortion Data”, *Biophysical Journal*, v. 15, n. 5, p. 481-493.
- Lee, G.C. (1978). “Solid Mechanics of Lungs”, *Journal of Engineering Mechanics Division - ASCE*, v. 104, n. 1, p. 177-200.
- Lee, G.C. (1980). “Finite Element Analysis in Soft Tissues Mechanics”, *ASME - Biomechanics Symposium*, New York, p. 27-42.
- Lemaitre, J., Chaboche, J.L. (1990). “*Mechanics of Solid Materials*”, Cambridge Press.
- Liu, J.T., Lee, G.C. (1978). “Static Deformation Analysis of the Lung”, *Journal of Engineering Mechanics Division - ASCE*, v. 104, n. 1, p. 225-238.
- Lorino, A.M., Lorino, H., Harf, A. (1994). “A Synthesis of the Otis, Mead, and Mount Mechanical Respiratory Models”, *Respiration Physiology*, v. 97, n. 2, p. 123-133.
- Maksym, G.N., Bates, J.H.T. (1997). “A Distributed Nonlinear Model of Lung Tissue Elasticity”, *Journal of Applied Physiology*, v. 82, n. 1, p. 32-41.
- Navajas, D., Maksym, G.N., Bates JHT. (1995). “Dynamic Viscoelastic Nonlinearity of Lung Parenchymal Tissue”, *Journal of Applied Physiology*, v. 79, n. 1, p. 348-356.
- Rockafellar, R.T. (1970). “*Convex Analysis*”, Princeton Press.
- Savi, M.A., Giuntini, M.E., Queiroz, R.S. (1995). “Modelos Constitutivos para o Pulmão”, *COBEM-CIDIM 95 - XIII Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica - II Congresso Iberoamericano de Ingeniería Mecánica - Belo Horizonte*, Brasil, 12/15 Dezembro.
- Suki, B., Bates, J.H.T. (1991). “A Nonlinear Viscoelastic Model of Lung-Tissue Mechanics”, *Journal of Applied Physiology*, v. 71, n. 3, p. 826-833.
- Venegas, J.G., Harris, R.S., Simon, B.A. (1998). “A Comprehensive Equation for the Pulmonary Pressure-Volume Curve”, *Journal of Applied Physiology*, v. 84, n. 1, p. 389-395.
- Wilson, T.A. (1982). “Surface Tension-Surface Area Curves Calculated from Pressure-Volume Curves”, *Journal of Applied Physiology*, v. 53, n. 6, p. 1512-1520.
- Winter, D.A. (1990). “*Biomechanics and Motor Control of Human Movement*”, New York: John Wiley & Sons.